

Indice

1	Sistemi Meccanici Vincolati	9
1.1	Fondamenti della Meccanica	9
1.1.1	Spazi Inerziali, Riferimenti Inerziali, Tempo Assoluto	10
1.1.2	Punti materiali e masse	10
1.1.3	Spazio delle Configurazioni e Spazio degli Atti di Moto per un sistema di punti materiali liberi	10
1.1.4	Forze	11
1.1.5	Vincoli e loro descrizione geometrica	12
1.1.6	Vincoli e loro descrizione dinamica	16
1.1.7	Moti Dinamicamente Possibili	17
1.2	Quiete ed Equilibrio	18
1.3	Vincoli privi d'attrito	19
1.4	Un sistema meccanico la cui dinamica è retta dall'equazione differenziale $\ddot{x} = f(x)$, con $x \in \mathbb{R}^1$	20
1.4.1	Diagramma di Fase per $\ddot{x} = f(x)$	26
1.5	Metodo di Lagrange per la determinazione delle Reazioni Vincolari	29
1.6	Il modello di Coulomb dell'attrito	31
1.7	Vincoli Lisci o Ideali	33
1.8	Cinematica e dinamica elementare dei sistemi particellari	35
1.8.1	Equazioni Cardinali	37
1.8.2	Cinematica dei sistemi particellari rigidi	38
1.9	Teorema di Conservazione dell'Energia	42
1.10	La restrizione di un sistema di forze conservativo è conservativa	43
1.11	Sistemi continui (di infinite particelle) a finiti gradi di libertà	44
1.12	Appendice 1: Il Principio di Gauss	47
1.13	Appendice 2: Teorema di Esistenza e Unicità del Problema di Cauchy (Richiamo)	50
2	Il Problema dei Due Corpi e la Meccanica Celeste	53
2.1	Premessa	53

2.2	Moti Piani	55
2.3	Moti Centrali	56
2.4	Formule di Binet	57
2.5	Sulle Coniche	58
2.6	Kepler	60
2.7	Newton	61
2.8	Massa Ridotta	63
2.9	Soluzione del Problema Ridotto ad un Corpo, il Problema di Kepler	65
2.10	L'equazione di Kepler	68
2.11	Il Vettore di Runge-Lenz per il Problema di Kepler spaziale	71
2.12	Circonferenza di Hamilton delle velocità nel Problema di Kepler piano	71
2.13	Equivalenza orbitale dei potenziali elastico e Kepleriano	72
2.14	Sulle soluzioni esatte del Problema a Tre Corpi ed N Corpi	74
3	Stabilità ed equazioni differenziali	79
3.1	Lyapunov Stabilità	79
3.2	Stabilità Asintotica	83
3.3	Teorema di Lagrange-Dirichlet	85
3.4	Il caso lineare: $a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0$	88
3.4.1	Caso non omogeneo	92
3.4.2	Matrice esponenziale	94
3.4.3	Flusso risolvente	96
3.4.4	Caso non-omogeneo generale	97
3.4.5	Stima del flusso dell'equazione lineare	98
3.5	Linearizzazione attorno ad Equilibri Stabili	100
3.6	Primo Metodo di Lyapunov	101
3.7	Stabilizzazione Giroscopica	102
3.8	Stabilità per Sistemi Dinamici infinito-dimensionali	105
3.9	La Teoria di Floquet	106
3.10	Verso la Stabilità Strutturale: Lemma di Gronwall e Stabilità Totale	108
4	Meccanica di Lagrange	111
4.1	Dinamica dei Sistemi Olonomi Lisci: Equazioni di Lagrange	111
4.2	Invarianza geometrica delle equazioni di Lagrange	116
4.3	Sugli Integrali Primi delle Equazioni di Lagrange	117
4.4	Teoria di Routh	118
4.5	Teoria di Noether	120
5	Piccole Oscillazioni nei Sistemi Lagrangiani	125
6	Il Pendolo di Foucault: appunti per lo studio del problema linearizzato	129

7	Meccanica Elementare del Corpo Rigido	135
7.1	Il Corpo Rigido è un sistema vincolato a vincoli olonomi	135
7.2	Il Corpo Rigido è un sistema vincolato a vincoli lisci	136
7.3	Dinamica del Corpo Rigido	137
7.4	Equazioni di Euler	138
8	Calcolo delle Variazioni	147
8.1	Principio Variazionale di Hamilton	147
8.2	Minimo nel Calcolo delle Variazioni: il Principio della Minima Azione . . .	150
8.3	Sinossi di Teoria Variazionale in H^1	155
8.4	Minimo Forte e Minimo Debole	157
8.5	Moti spontanei e geodetiche su varietà	158
8.6	Metrica di Jacobi. Formulazione non variazionale del Principio di Maupertuis	162
8.7	Riduzione Isoenergetica	164
8.8	Problema di Plateau dell'area minima (o delle bolle di sapone).	165
8.9	Problema inverso nel Calcolo delle Variazioni: Teorema di Volterra-Vainberg	168
9	Meccanica di Hamilton	173
9.1	Introduzione	173
9.2	Fibrato cotangente o spazio delle fasi	174
9.3	Trasformazione di Legendre	175
9.4	Globalizzazione della trasformazione di Legendre	176
9.4.1	Appendice: Diffeomorfismi globali di \mathbb{R}^n in sè	177
9.5	Equazioni di Hamilton	178
9.6	Principio Variazionale di Hamilton-Helmholtz	179
9.6.1	Interpretazione delle Equazioni di Hamilton come opportune equazioni di Lagrange	180
9.6.2	Cenno sul problema delle Lagrangiane equivalenti	180
9.7	Coniugazione di Campi Vettoriali	182
9.8	Trasformazioni Canoniche	183
9.9	Condizione di Lie	188
9.9.1	La Condizione di Lie è N & S caratterizzante le Trasformazioni Canoniche	191
9.10	Metodo d'integrazione di Hamilton-Jacobi	192
9.10.1	Metodo d'integrazione di H-J: Hamiltoniana con $n - 1$ variabili <i>cicliche</i>	194
9.10.2	Metodo d'integrazione di H-J: Hamiltoniana <i>separabile</i>	195
9.10.3	Esercizi	196
10	Algebra dei Campi Vettoriali e applicazioni	199
10.1	Morfismi d'Algebra, Parentesi di Lie e di Poisson	199
10.2	Algebra di Lie e Trasformazioni Canoniche	201

10.3	Significato dinamico delle parentesi di Lie	203
10.4	Formula di Lie-Trotter-Chernov	206
10.5	Derivata di Lie di Campi Vettoriali	206
10.6	Cenni sulla Teoria delle Perturbazioni dei Sistemi Hamiltoniani	208
10.6.1	Sistemi Hamiltoniani integrabili	208
10.6.2	Perturbazioni	209
10.6.3	Frequenze Diofantee: Convergenza del primo passo perturbativo	210
11	Cenno sull'analisi qualitativa dello spazio delle fasi	215
11.1	Teoremi del Trasporto e di Liouville	215
11.2	Teorema del Ritorno di Poincaré	218
12	Metodo di Newton e Sistemi Dinamici	221
12.1	Riduzione alle Differenze Finite	221
12.2	Metodo di Newton	223
12.3	Campo vettoriale di Newton e stabilità asintotica	225
12.4	Coniugazione del campo vettoriale di Newton	226
12.5	Un teorema di inversione globale	227
12.6	Un (altro) teorema di inversione globale e stabilità strutturale	228
13	Vettori Applicati, Velocità Angolare, Cinematica Relativa	231
13.1	Vettori Applicati	231
13.1.1	Asse Centrale	232
13.1.2	Centro di un sistema di vettori applicati paralleli a con $R \neq 0$	233
13.2	Richiami sulle trasformazioni lineari	235
13.3	Cinematica rigida	236
13.3.1	Velocità angolare	236
13.4	Cinematica relativa	241
14	Derivata di determinante	245
15	Test	247
15.1	Domande	247
15.2	Alcune altre domande	247
15.3	Altre domande ancora	249